ATELIER POUR LES ÉLÈVES DE CM1

INDICATIONS POUR L'ENSEIGNANT/E

Voici quelques indications pratiques et quelques explications sur les «expériences en géométrie» qui sont proposées dans l'atelier pour les élèves de CM1.

MATÉRIEL À PRÉVOIR

Préparez pour chaque groupe d'élèves:

- pour les expériences avec les triangles: 16 triangles ; pour la cinquième expérience, il faut en ajouter 8 autres.
- pour les expériences avec les cubes: 9 cubes; pour la quatrième expérience, on peut ajouter un autre cube.

DESCRIPTION DES EXPÉRIENCES PROPOSÉES

A. Pour débuter

Les élèves doivent répondre aux questions des fiches «Pour débouter» sans s'aider du matériel de manipulation (triangles et cubes). Les triangles et les cubes composant les figures dessinées sur la fiche sont sciemment en petit nombre, afin d'en faciliter le calcul. Il est fort probable que les élèves aient de la difficulté à répondre sans se servir du matériel concret; toutefois, ce qui nous intéresse ici, c'est seulement de vérifier que les enfants comprennent ce qu'on leur demande et qu'ils commencent à se familiariser avec le type d'illustrations sur lesquelles ils travailleront au cours de l'atelier.

Par rapport aux fiches des niveaux inférieurs, ici quelques questions requièrent un plus haut niveau d'abstraction. Au cas où les enfants n'arriveraient pas à répondre, l'animateur pourrait les rassurer, en leur disant qu'ils pourront mieux comprendre au fil de l'atelier.

D'une manière générale, les élèves se rendent compte:

- que le contour de la figure du chapeau est certainement plus long que celui de la figure de l'escargot,
- qu'ils ont besoin de 8 triangles pour réaliser l'escargot, et que 8 triangles sont également nécessaires pour réaliser le chapeau,
- que l'on peut réaliser des figures composées de 8 triangles comme l'escargot et ayant le même contour.

Par contre, il est rare qu'ils arrivent à affirmer qu'il y a des figures qui, quoique composées du même nombre de triangles, ont des contours de longueurs différentes.

Quant aux cubes, il est en général difficile que, sans le matériel à manipuler, les enfants découvrent qu'il faut 16 cubes pour construire la tour blanche et qu'il en faut 12 pour construire la tour grise.

Expériences avec les triangles

Première expérience

Comme dans la première expérience proposée aux élèves de CE2, on commence tout de suite en demandant aux enfants d'observer et analyser les similitudes et les différences entre deux figures sur lesquelles les contours des triangles qui les composent sont déjà marqués d'un trait noir. Cela est fait pour éviter qu'ils ne perdent du temps à repérer les triangles: nous tenons plutôt à ce qu'ils observent immédiatement les différences et les similitudes entre les deux figures, l'escargot et le chat. Elles ont la même aire (8 triangles), mais un périmètre différent (respectivement, 8 et 10 côtés de triangle): nous dirons aux élèves qu'elles doivent être réalisées avec le même nombre de triangles, mais qu'elles ont des contours de longueurs différentes. La façon la plus pratique de mesurer le périmètre est sans aucun doute de compter le nombre de côtés de triangle qui composent le contour de la figure; toutefois, cette méthode ne doit pas être suggérée aux enfants, afin qu'ils puissent avancer des conjectures et le deviner par eux-mêmes.

Deuxième expérience

Il est demandé aux élèves de réaliser et dessiner une figure de 8 triangles et de périmètre égal à 10 côtés de triangle; l'expérience vise à amener les enfants à comparer deux figures de formes différentes, mais qui sont isopérimètres et qui ont la même aire. Une solution possible est montrée sur la Figure 1.

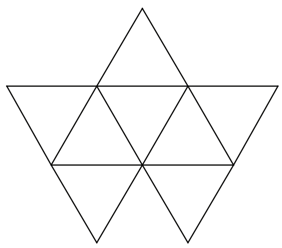

Figure 1

Troisième expérience

Il est demandé aux élèves de réaliser et dessiner une figure de 6 triangles et de périmètre égal à 10 côtés de triangle. Après quelques tentatives, les enfants comprendront qu'il est impossible de faire ce qu'on leur demande: en disposant de si peu de triangles, on peut réaliser des figures de périmètre maximal égal à 8 côtés de triangle. L'explication n'est pas compliquée: chaque triangle a 3 côtés, donc 6 triangles ont en tout 18 côtés; en les accolant par les côtés, la solution qui «cache» le moindre nombre de côtés de triangle (et, donc, qui aura le périmètre maximal) est le «serpent», ayant un périmètre égal à 18 moins 10 côtés de triangle (10 sont les côtés cachés). Évidemment, en sus de ce serpent, sont admissibles toutes les figures analogues que l'on obtient par une rotation ou par une translation du plan.

Quatrième expérience

Il est demandé aux élèves de réaliser et dessiner une figure de 10 triangles et de périmètre égal à 8 côtés de triangle; l'expérience vise à amener les enfants à comparer deux figures isopérimètres, mais qui n'ont pas la même aire. Dans ce cas, la solution est unique et elle est montrée sur la Figure 2.

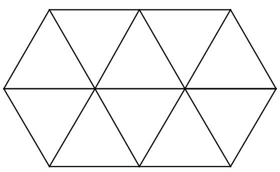

Figure 2

Cette solution est au même temps la figure qui, parmi toutes celles qui sont réalisables avec 10 triangles, a le plus petit périmètre possible.

Cinquième expérience

Une mesure d'aire étant donnée, il est demandé aux élèves de déterminer et reconstituer avec les triangles une figure d'aire donnée et de périmètre minimal (les solutions sont montrées sur les Figures 3, 4 et 5). La «figure-solution» est toujours un hexagone (un hexagone régulier, si l'on utilise 6 ou 24 triangles).

Il est correct si les enfants procèdent par tentatives; au bout du compte, ils ne peuvent pas en faire un nombre infini, pourvu qu'ils suivent une certaine logique: par exemple, pour le dire comme les enfants, «il faut qu'il reste le moins de côtés possible le long du bord de la construction», ou bien, la figure doit être «la plus compacte possible».

L'idée est d'amener les élèves à remarquer que le fait de construire des figures de forme hexagonale leur permet de s'approcher de la solution.

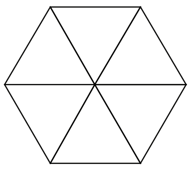

Figure 3

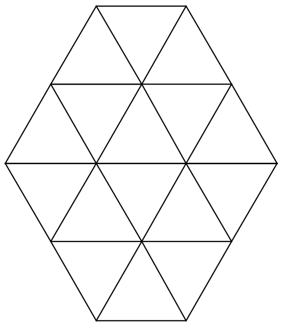

Figure 4

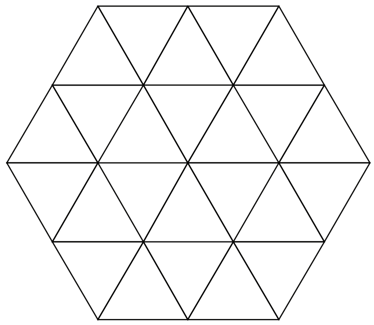

Figure 5

B. Expériences avec les cubes

Première expérience

On commence par une analyse et une observation des similitudes et des différences entre deux constructions, l'avion et le chien, qui ont le même volume (9 cubes), mais une aire extérieure différente (respectivement, 38 et 34 faces de cube).

Comme les plus jeunes, les enfants de cet âge ont du mal à appréhender le fait que des constructions de forme différente peuvent occuper le même espace; il faut donc s'arrêter sur ce concept, avant de compléter l'expérience en observant les aires extérieures.

Il faudrait aussi encourager les élèves à trouver une méthode efficace et rationnelle pour dénombrer les faces extérieures, sinon cette tâche s'avère ennuyeuse et répétitive.

Deuxième expérience

Ici, il est demandé aux élèves de comparer des figures de volume différent, mais de même aire extérieure: les enfants doivent en effet réaliser une construction ayant une aire extérieure égale à 34 faces de cube et un volume égal à 8 cubes. Un exemple de solution est montré sur la Figure 6. Devant la difficulté des enfants à représenter une figure en trois dimensions, l'animateur peut choisir si les inviter à dessiner les constructions comme si elles étaient vues strictement «de face», ou si leur suggérer d'en dessiner aussi la profondeur: les enfants pourront s'aider en prenant exemple sur les figures de la fiche.

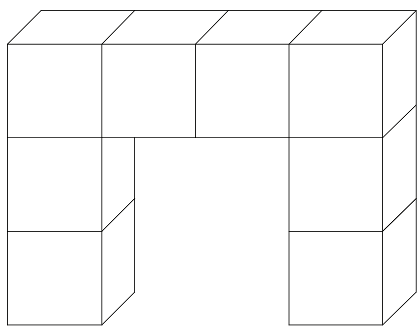

Figure 6

Troisième expérience

Le solide ayant un volume de 8 cubes et l'aire extérieure la plus petite possible est le cube (24 faces de cubes). Cette expérience a pour objet de faire comprendre aux élèves les liens entre la position réciproque des cubes qui forment les différents solides et les deux propriétés qu'ils sont en train d'analyser (aire extérieure et volume): le cube, comme souvent disent les enfants, a effectivement la plus petite aire extérieure, car c'est la construction la plus «compacte» possible que l'on puisse réaliser avec 8 cubes.

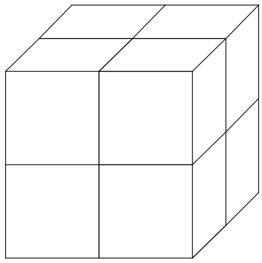

Figure 7

Quatrième expérience

De tous les solides que l'on peut réaliser avec 8 cubes, le cube est non seulement celui qui, parmi tous les solides ayant le même volume, a la plus petite aire extérieure, mais aussi celui qui, parmi tous les solides ayant la même aire extérieure, a le plus grand volume. Il n'existe donc aucune construction ayant une aire extérieure égale à 24 faces de briques et un volume plus grand que 8 cubes.

Cinquième expérience

Grâce à cette dernière expérience, l'attention est portée sur le nombre de faces extérieures que l'on peut obtenir en construisant des figures différentes avec les cubes; on analyse surtout le cas dans lequel l'aire extérieure vaut un nombre impair. Avec le matériel fourni, il est impossible de réaliser des figures ayant un nombre impair de faces extérieures. Chaque cube a en effet un nombre pair de faces (6) et chaque fois que deux cubes s'accolent, les deux faces en contact «se cachent» l'une l'autre, en disparaissant ainsi deux par deux: par exemple, si nous avons une construction de deux seules briques, elle aura une aire extérieure égale au nombre total de faces des deux cubes (2x6) moins 2, et cela est encore un nombre pair (et ainsi de suite, en assemblant autant de briques que l'on voudra).

C. Pour terminer

La fiche «Pour terminer» peut être utilisée aussitôt après que les élèves ont fini de remplir les autres fiches, afin d'évaluer leur maîtrise des sujets traités; autrement, elle peut leur être soumise quelque temps après la fin de l'atelier, pour tester ce qu'ils ont effectivement retenu de leur expérience. Comme pour les fiches «Pour débuter», les élèves doivent répondre aux questions sans s'aider du matériel de manipulation (triangles et cubes).

Quant aux triangles, il est demandé aux élèves de réfléchir aux variations de périmètre et d'aire des figures réalisées avec des triangles deux fois plus petits que ceux dont ils disposaient au cours de l'atelier.