

PONTI

P



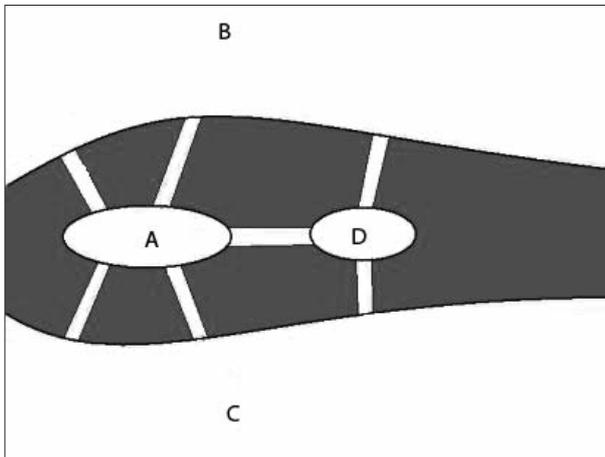
I SETTE PONTI DI KÖNIGSBERG

La città di Königsberg, situata sul fiume Pregele, comprende due isole (A e D in figura), collegate tra loro da un ponte. Un'isola (D) è collegata a ognuna delle due rive (B e C) da un ponte, mentre l'altra isola (A) ha due ponti verso ogni riva.

Si narra che i cittadini di Königsberg si posero il seguente problema: è possibile trovare un tragitto che, partendo da una qualunque zona della città, consenta di attraversare ciascun ponte una ed una sola volta e tornare al punto di partenza?

Se secondo voi esiste, disegnate; altrimenti spiegate perché non ci può essere.

E cosa si può dire senza la condizione di tornare al punto di partenza?

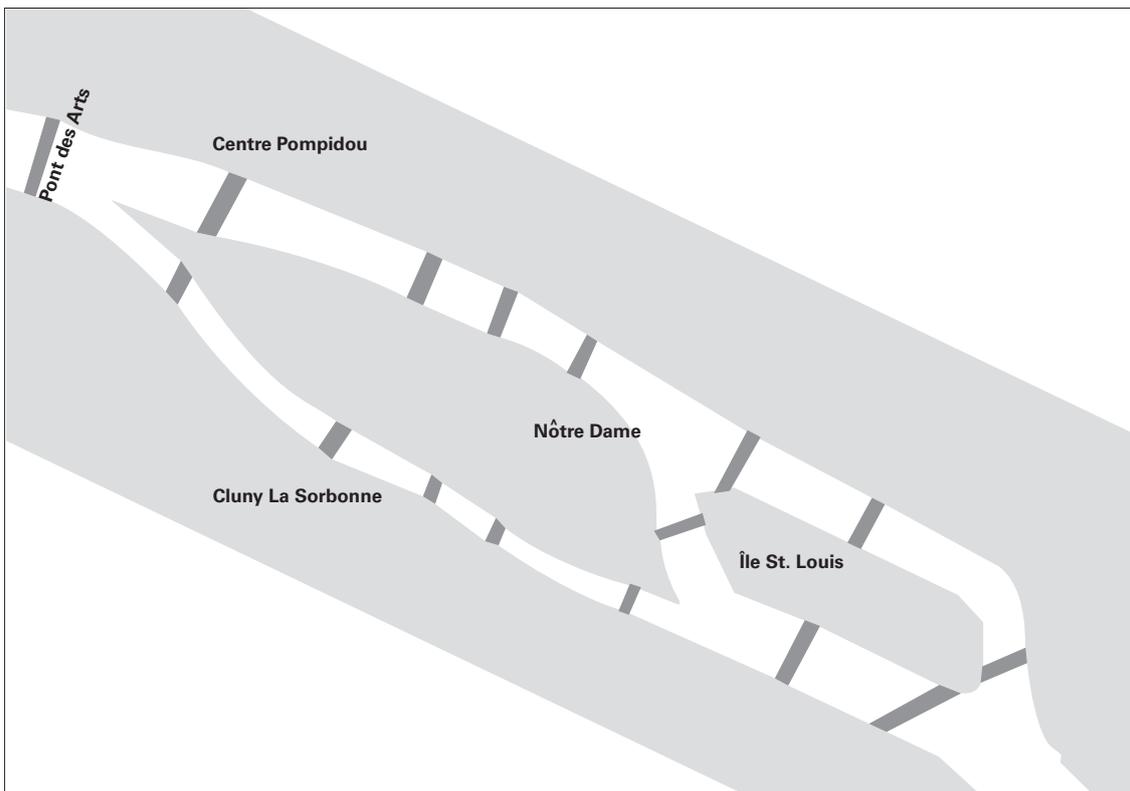




SEDICI PONTI A PARIGI

Un analogo problema si può porre con i ponti di Parigi, congiungenti le due isole (di Nôtre Dame e di St. Louis), collegate tra loro da un ponte. L'isola di Nôtre Dame è collegata a una riva da quattro ponti, e all'altra riva da cinque ponti, mentre l'isola di St. Louis ha tre ponti verso una riva e due verso l'altra. Inoltre, immediatamente a sinistra dell'isola di Nôtre Dame, un altro ponte (il Pont des Arts) collega fra loro le due rive.

È possibile trovare un tragitto che, partendo da una qualunque zona della città, consenta di attraversare ciascuno di questi sedici ponti una ed una sola volta e tornare al punto di partenza? E escludendo il Pont des Arts? Se secondo voi esiste, disegnatelo; altrimenti spiegate perché non ci può essere. E cosa si può dire senza la condizione di tornare al punto di partenza?





Prima di formalizzare le soluzioni dei problemi **I sette ponti di Königsberg** e **Sedici ponti a Parigi**, vogliamo cercare di capire quali sono le caratteristiche del problema che “contano”. Provate a ripensare al problema mantenendo solo i dati “essenziali” ed eliminando tutto quello che c’è di “superfluo”. Ad esempio, è importante la lunghezza dei ponti? L’estensione delle isole? E in che modo si potrebbero rappresentare queste isole e questi ponti?

Provate ora a rispondere alle domande seguenti:

1. Riscrivete i testi dei due problemi precedenti utilizzando solo: punti (che chiameremo vertici) e linee congiungenti i punti (che chiameremo spigoli), aiutandovi con un disegno.



2. Provate, quindi, a scrivere una definizione degli "oggetti" geometrici che avete disegnato e che d'ora in poi chiameremo GRAFI.

3. Quali sono le differenze tra il grafo che rappresenta il problema dei ponti di Königsberg e quello dei ponti di Parigi (comprendendo o meno il Pont des Arts)?

4. Un grafo che contiene un cammino chiuso che passa per tutti i vertici e percorre ogni spigolo una e una sola volta si chiama grafo euleriano. Proponete, alla luce di quanto visto nei due esempi, un teorema che garantisca quando un grafo sia euleriano.
